^{140}Sm — wyzwania dla teorii

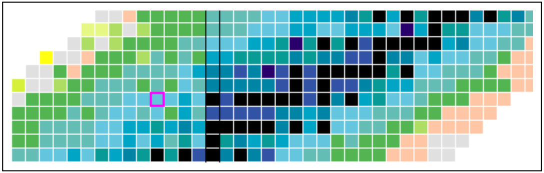
Leszek Próchniak

Plan

- Krótko o ^{140}Sm
- Teoria — nieco obszerniej
  - Wzbudzenia kolektywne związane z deformacją rozkładu materii MF $\longrightarrow$ ATDHFB $\longrightarrow$ GBH
  - Przykłady zastosowań
  - ^{140}Sm
  - Mniej typowe potraktowanie pairingu
- Uwagi końcowe

^{140}Sm eksperyment

$^{140}_{62}$Sm$_{78}$, $T_{1/2}$ =14.82 min, N. Nica, Nucl. Data Sheets **154** (2018), 1.



F. L. B. Garrote, A. Gorgen, J. Mierzejewski, C. Mihai, J. P. Delaroche, M. Girod, et al. ***Lifetime measurement for the 2$^+{}_1$ state in ^{140}Sm and the onset of collectivity in neutron-deficient Sm isotopes***. Phys. Rev. C **92** (2015), 024317.
RDDS, ŚLCJ

J. Samorajczyk, M. Klintefjord, C. Droste, A. Gorgen, T. Marchlewski, et al. ***Revised spin values of the 991 keV and 1599 keV levels in ^{140}Sm***. Phys. Rev. C **92** (2015), 044322.
korelacje $\gamma-\gamma$, ŚLCJ

M. Klintefjord, K. Hadyńska-Klęk, A. Gorgen, C. Bauer, F. L. B. Garrote, et al. ***Structure of low-lying states in ^{140}Sm studied by Coulomb excitation***. Phys. Rev. C **93** (2016), 054303.
Coulex, REX-ISOLDE

Low spin levels in ^{140}Sm — five 0^+ states and the question of softness against nonaxial deformation

J. Samorajczyk-Pyśk,[1] Ch. Droste,[2] L. Próchniak,[1] J. Srebrny,[1] S.G. Rohoziński,[2] J. Andrzejewski,[3] S. Dutt,[4] A. Gawlik,[3] K. Hadyńska-Klęk,[1,5] Ł. Janiak,[6] M. Klintefjord,[5] M. Kowalczyk,[1] J. Kowalska,[1] R. Kumar,[7] T. Marchlewski,[1] P.J. Napiorkowski,[1] J. Perkowski,[3] W. Piątek,[8,1] M. Piersa,[2] T. Rogiński,[2] M. Saxena,[9,10] A. Stolarz,[1] and A. Tucholski[1]

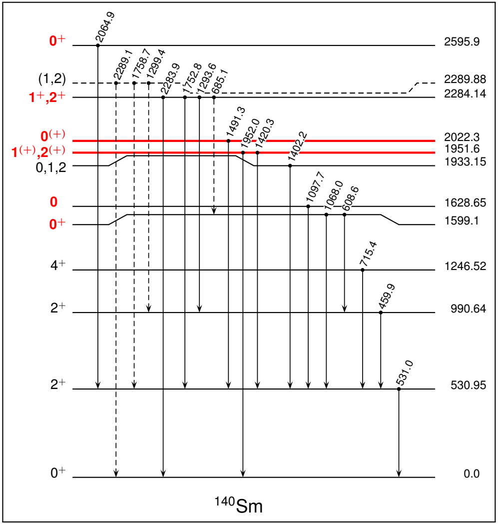
[1] *Heavy Ion Laboratory, University of Warsaw, Poland*
[2] *Faculty of Physics, University of Warsaw, PL 02-093 Warsaw, Poland*
[3] *Faculty of Physics and Applied Computer Science, University of Lodz, Poland*
[4] *Department of Physics, Aligarh Muslim University, Aligarh, India*
[5] *Department of Physics, University of Oslo, NO-0316 Oslo, Norway*
[6] *National Centre for Nuclear Research, Świerk, Poland*
[7] *Inter University Accelerator Centre, New Delhi, India*
[8] *Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR, 141980 Dubna, Russia*
[9] *Department of Physics and Astrophysics, University of Delhi, New Delhi, India*
[10] *Department of Physics and Astronomy, Ohio University, Athens, Ohio, USA*

Korelacje kątowe $\gamma-\gamma$, ŚLCJ

***

Coulex, ISOLDE IS558

^{140}Sm eksperyment, cd.



^{140}Eu→^{140}Sm, β^+/EC

Teoria

Wzbudzenia kolektywne związane ze zmianami (deformacją) rozkładu materii

- MF (średnie pole) → X → hamiltonian kolektwny
  1. X=ATDHFB (Adiabatic Time Dependent HFB)
  2. X=GCM+GOA (Generator Coordinate Method plus Gaussian Overlap Approximation)

- Alternatywne podejście — bez hamiltonianu kolektywnego, GCM.
  Rzutowanie na stany własne operatorów liczby cząstek, momentu pędu, następnie rozwiązywanie równania Hilla-Wheelera z odpowiednimi współrzędnymi generującymi (np. β, γ). Możliwe dalsze rozszerzenia np SCCM (Symmetry Conserving Configuration Mixing).

  J.L. Egido, Phys.Scr. **91**, 073003 (2016);
  L.M. Robledo, T.R. Rodriguez, R.R. Rodriguez-Guzman, J. Phys. G **46** (2019) 013001 (124pp)

- Różne nazwy w przypadku zmiennych kwadrupolowych:
  general Bohr Hamiltonian (GBH)
  five-dimensional collective Hamiltonian (5DCH)

  beyond mean-field approach (BMF)

- Różne pola zastosowań
- Długa historia (także w Polsce — Warszawa, Lublin)

1. Hamiltonian „mikroskopowy"

$$\hat{H}_{\mathrm{micr}} = \sum_{\mu,\nu} K_{\mu\nu} d_\mu^+ d_\nu + \frac{1}{4} \sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta} \tilde{V}_{\mu\nu\alpha\beta} d_\mu^+ d_\nu^+ d_\beta d_\alpha$$

2. Metoda wariacyjna. Stany iloczynowe jako funkcje próbne.

$$A_\mu \Psi = 0$$

$$A_\mu^+ = \sum_\nu U_{\nu\mu} d_\nu^+ + \sum_\nu V_{\nu\mu} d_\nu = u_\mu c_\mu^+ + s_\mu^* v_{\bar{\mu}} c_{\bar{\mu}}$$

Stany typu BCS

$$\Psi_{\mathrm{BCS}} = \prod_{\mu>0} (u_\mu + s_\mu v_{\bar{\mu}} c_{\bar{\mu}}^+ c_\mu^+) |0\rangle$$

Macierz (operator) gęstości

$$\mathscr{R} = \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1-\rho^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle\Psi| d_\nu^+ d_\mu |\Psi\rangle & \langle\Psi| d_\nu d_\mu |\Psi\rangle \\ \langle\Psi| d_\nu^+ d_\mu^+ |\Psi\rangle & \langle\Psi| d_\nu d_\mu^+ |\Psi\rangle \end{pmatrix}$$

Baza kanoniczna

$$\rho_{\mu\nu} = v_\mu^2 \delta_{\mu\nu} \qquad \kappa_{\mu\nu} = s_{\bar{\mu}} u_\mu v_\mu \delta_{\bar{\mu}\nu}$$

3. Wynik: stany jednocząstkowe w uśrednionym potencjale plus liczby obsadzeń.

1. HFB

$$[\mathcal{W}(\mathcal{R}),\mathcal{R}] = 0$$

$$\mathcal{W}(\mathcal{R}) = \begin{pmatrix} K+\Gamma-\lambda I & \Delta \\ -\Delta^* & -K^*-\Gamma^*+\lambda I \end{pmatrix}$$

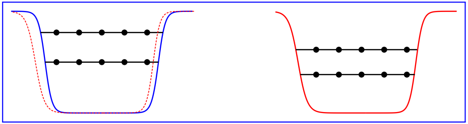
$$\Gamma_{\mu\nu} = \sum_{\mu',\nu'} \tilde{V}_{\mu\mu'\nu\nu'}\rho_{\nu'\mu'} = \frac{\partial}{\partial\rho_{\mu\nu}} E[\mathcal{R}]$$

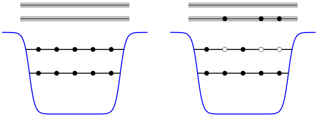
$$\Delta_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\sum_{\mu',\nu'} \tilde{V}_{\mu\nu\mu'\nu'}\kappa_{\mu'\nu'} = \frac{\partial}{\partial\kappa_{\mu\nu}} E[\mathcal{R}]$$

2. Time dependent HFB

$$i\hbar\dot{\mathcal{R}} = [\mathcal{W}(\mathcal{R}),\mathcal{R}]$$

3. Przybliżenie adiabatyczne





Współrzędne kolektywne $\boldsymbol{q}$. $\mathcal{R}(t) = \mathcal{R}(\boldsymbol{q}(t))$, $\Psi(t) = \Psi(\boldsymbol{q}(t))$

$$\langle\Psi|H_{\text{micr}}|\Psi\rangle = T_{\text{cl}} + V_{\text{cl}}$$

$$V_{\text{cl}} = \langle\Psi_0(\boldsymbol{q})|H_{\text{micr}}|\Psi_0(\boldsymbol{q})\rangle$$

$$T_{\text{cl}} = \frac{1}{2}\sum_{k,j} B_{kj}(\boldsymbol{q})\dot{q}_k\dot{q}_j$$

Prametry masowe (funkcje inercyjne) $B_{kj}(\boldsymbol{q})$

Przybliżenie „cranking” (*)

$$B_{kj} = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{\mu,\nu}\frac{f_{j,\mu\nu}f^*_{k,\mu\nu} + f^*_{j,\mu\nu}f_{k,\mu\nu}}{(E_\mu + E_\nu)}\ .$$

$$f_{k,\mu\nu} = \langle\Psi_0|A_\nu A_\mu|\partial_k\Psi_0\rangle$$

$$\begin{pmatrix} 0 & f_k \\ -f^*_k & 0 \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial\mathcal{R}_0}{\partial q_k}\right)_{\text{qp basis}}$$

$$\alpha_\mu \sim \langle \Psi | Q_{2\mu} | \Psi \rangle, \quad Q_{2\mu} \sim \sum_i r_i^2 Y_{2\mu}(\theta_i, \phi_i), \quad \mu = -2, \ldots, 2$$

Układ wewnętrzny $(\alpha_2 = \alpha_{-2}, \alpha_{\pm 1} = 0)$. $\quad \boldsymbol{\alpha}_\mu \to (\beta, \gamma, \Omega)$

$$\beta \cos\gamma = c q_0 = c\langle \Psi | Q_0 | \Psi \rangle = c \langle \Psi | \sum_{i=1}^{A} (3z_i^2 - r_i^2) | \Psi \rangle$$

$$\beta \sin\gamma = c q_2 = c\langle \Psi | Q_2 | \Psi \rangle = c \langle \Psi | \sum_{i=1}^{A} \sqrt{3}(x_i^2 - y_i^2) | \Psi \rangle$$

$$c = \sqrt{5\pi/5}/3AR_0^2 \qquad R_0 = r_0 A^{1/3}, \quad r_0 = 1.2 \text{ fm}$$

Skąd $\Psi(\beta, \gamma)$?

$$\delta \langle \Psi | H_{\mathrm{micr}} - \lambda_0 Q_0 - \lambda_2 Q_2 | \Psi \rangle = 0, \quad \langle \Psi | Q_0 | \Psi \rangle = q_0, \quad \langle \Psi | Q_2 | \Psi \rangle = q_2$$

Typowe obliczenia: ok. 150–200 punktów w obszarze $0 \le \beta \le \beta_{\max}$, $0 \le \gamma \le 60^\circ$.

- Przybliżenie BCS

$$B_{q_iq_j} = (S_{(1)}^{-1} S_{(3)} S_{(1)}^{-1})_{ij}, \quad (S_{(n)})_{ij} = \sum_{\alpha,\beta} \frac{\langle\alpha|Q_i|\bar{\beta}\rangle\langle\bar{\beta}|Q_j|\alpha\rangle}{(E_\alpha + E_\beta)^n} (u_\alpha v_\beta + u_\beta v_\alpha)^2$$

$$I_k = \sum_{\mu,\nu} \frac{|\langle\nu|J_k|\bar{\mu}\rangle|^2 (u_\mu v_\nu - u_\nu v_\mu)^2}{(E_\mu + E_\nu)}$$

- $B_{q_iq_j} \to B_{\beta\beta}, B_{\beta\gamma}, B_{\gamma\gamma}$
- $B(\beta,\gamma)$, $I_k(\beta,\gamma)$
- „Uśrednienie" własności jednocząstkowych (*)

Uogólniony Hamiltonian Bohra (GBH, 5CDH)

$$H_{\text{Bohr}} = T_{\text{vib}} + T_{\text{rot}} + V$$

$$T_{\text{vib}} = -\frac{1}{2\sqrt{wr}}\left\{\frac{1}{\beta^4}\left[\partial_\beta\left(\beta^4\sqrt{\frac{r}{w}}B_{\gamma\gamma}\right)\partial_\beta - \partial_\beta\left(\beta^3\sqrt{\frac{r}{w}}B_{\beta\gamma}\right)\partial_\gamma\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\beta\sin 3\gamma}\left[-\partial_\gamma\left(\sqrt{\frac{r}{w}}\sin 3\gamma B_{\beta\gamma}\right)\partial_\beta + \frac{1}{\beta}\partial_\gamma\left(\sqrt{\frac{r}{w}}\sin 3\gamma B_{\beta\beta}\right)\partial_\gamma\right]\right\}$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3} L_k^2(\Omega)/I_k; \qquad I_k = 4B_k(\beta,\gamma)\beta^2\sin^2(\gamma - 2\pi k/3)$$

$$w = B_{\beta\beta}B_{\gamma\gamma} - B_{\beta\gamma}^2; \quad r = B_x B_y B_z$$

Poziomy energetyczne, $B(E2)$, ...

Brak swobodnych parametrów (*)

- Stały parametr masowy, $B_{\beta\beta} = B_{\gamma\gamma} = B_k = B$, $B_{\beta\gamma} = 0$
- Różne potencjały $V(\beta,\gamma)$
- SKE (Simple Kinetic Energy)

$$T_{\text{vib}} = -\frac{1}{2B}\left(\frac{1}{\beta^4}\partial_\beta \beta^4 \partial_\beta + \frac{1}{\beta^2 \sin\gamma}\partial_\gamma \sin\gamma \partial_\gamma\right)$$

- Obszerna literatura

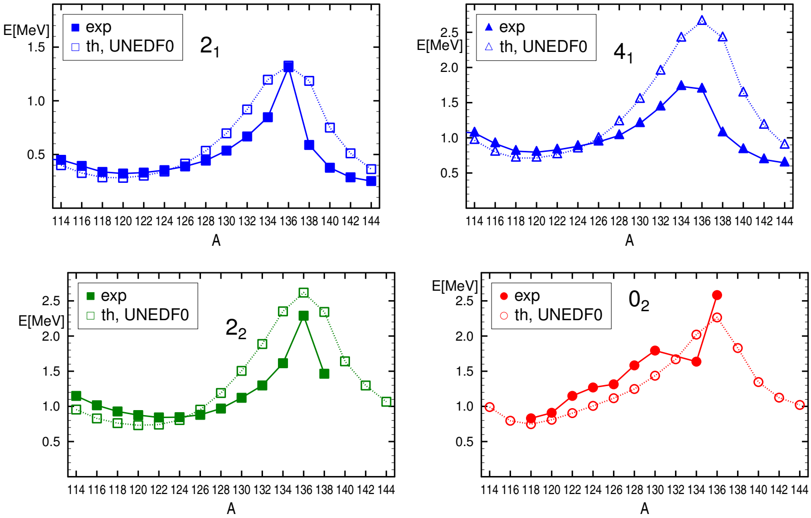
Średnie pole

- Oddziaływania Skyrme'a i funkcjonały gęstości
- Oddziaływania Gogny
- Relatywistyczne Średnie Pole (RMF)

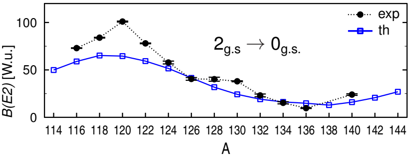
Pairing (*)

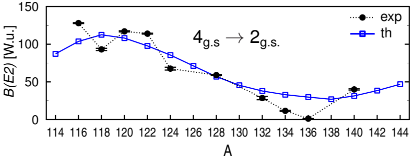
- Stałe G (seniority force) $G\sum_k d_k^+ d_{\bar{k}}^+ d_k d_{\bar{k}}$
- oddziaływanie typu δ (pairing zależny od konfiguracji):
  $V_0\,\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$,
  $V_0(\rho(\boldsymbol{r}))\,\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$, np. $V_0(\rho)=1-\rho(\boldsymbol{r})/\rho_0$
- Gauss *à la* Gogny
- Tylko pairing p-p i n-n

Przykład $^{114-144}$Xe. Selected energy levels

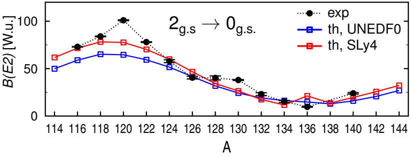


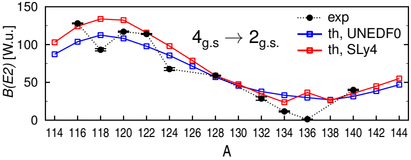
$^{114-144}$Xe. Prawdopodobieństwa przejść $E2$





Porównanie z wynikami dla SLy4





^{140}Sm, wyniki etap 1

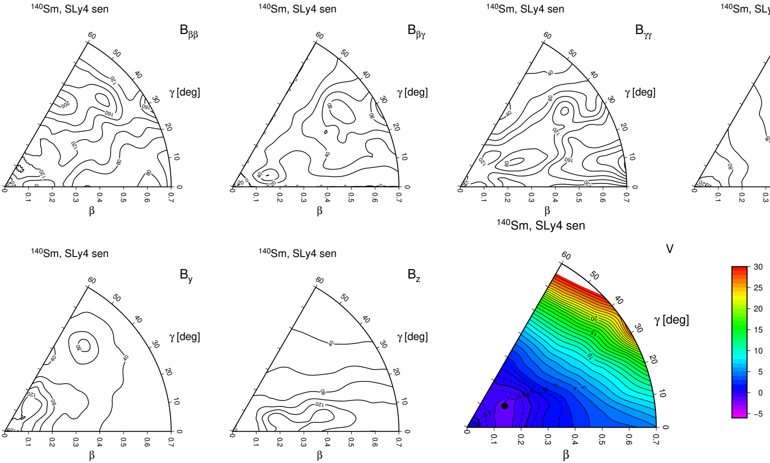
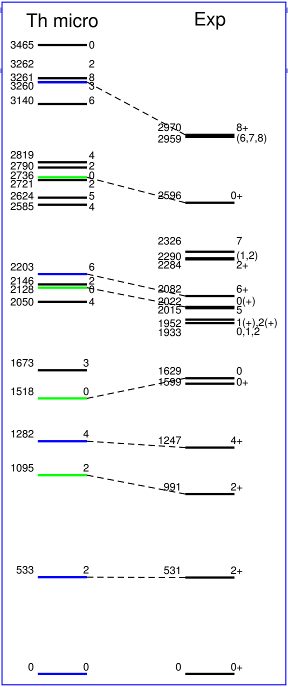
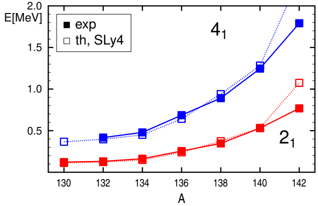


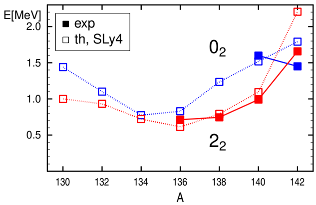
TABLE III. Experimental [11] and theoretical (see Section III) $E2$ transition probabilities in ^{140}Sm together with the spectroscopic quadrupole moment for the 2_1^+ state.

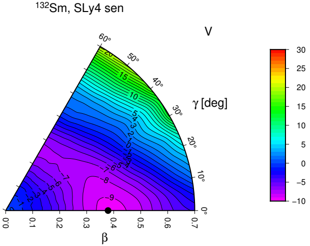
Transition	Exp [11]	Th phen	Th micro
	$B(E2)$ [e^2b^2]		
$2_1^+ \rightarrow 0_{\mathrm{g.s.}}^+$	0.23 ± 0.02	0.238	0.221
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	0.30 ± 0.02	0.403	0.362
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.35 ± 0.05	0.403	0.335
$2_2^+ \rightarrow 0_{\mathrm{g.s.}}^+$	<0.001	0.0003	0.0003
	Q_s [eb]		
2_1^+	$-0.06^{+0.41}_{-0.15}$	-0.035	-0.26

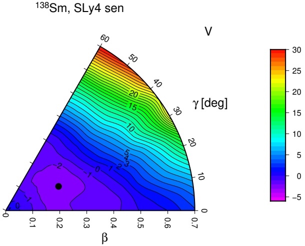


$^{132-142}$Sm

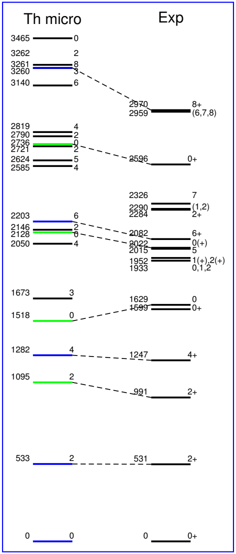

E[MeV]
exp
th, SLy4
4_1
2_1
A


E[MeV]
exp
th, SLy4
0_2
2_2
A

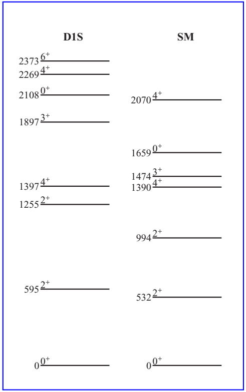

^{132}Sm, SLy4 sen
V
γ [deg]
β


^{138}Sm, SLy4 sen
V
γ [deg]
β

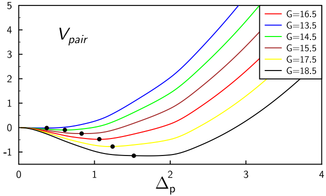
Skąd stany 0^+?



PRC **93** (2016), 054303



Izotony z $N = 78$.
6 stanów 0 poniżej
3 MeV w ^{134}Ba



Zmienne kolektywne dla pairingu

1. Δ, ϕ

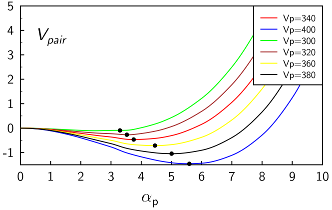
$$\prod_{\mu>0}(u_\mu(\Delta) + s_\mu v_{\bar\mu}(\Delta) e^{2i\phi} c^+_{\bar\mu} c^+_\mu |\Phi\rangle$$

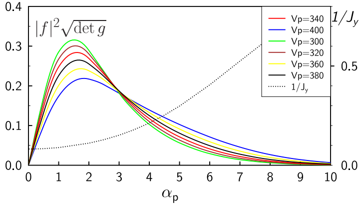
2. Bardziej ogólnie, np. dla ddziaływania δ: α, ϕ

$$\alpha = \sum_{\mu>0} u_\mu v_\mu = \langle P \rangle; \quad P = \frac{1}{2}(\sum_{\mu>0} e^{-2i\phi} s_{\bar\mu} c^+_\mu c^+_{\bar\mu} + hc)$$

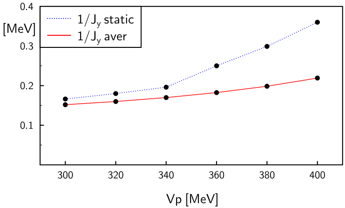
^{128}Xe, SLy4, δ pairing, $\beta = 0.2$, $\gamma = 18^\circ$

Potencjał, rozkład prawdopodobieństwa





Wpływ na parametry masowe (przykład: moment bezwładności)



9 zmiennych, efektywnie 7: β, γ, Ω, Δ_p, Δ_n
Macierz parametrów masowych:

$$B = \begin{pmatrix} (B_{\mathrm{rot}}) & 0 & 0 \\ 0 & (B_{\mathrm{vib}}) & 0 \\ 0 & 0 & (B_{\mathrm{rotpair}}) \end{pmatrix},$$

$$B_{\mathrm{vib}} = \begin{pmatrix} B_{\beta\beta} & B_{\beta\gamma} & B_{\beta\Delta_p} & B_{\beta\Delta_n} \\ B_{\gamma\beta} & B_{\gamma\gamma} & B_{\gamma\Delta_p} & B_{\gamma\Delta_n} \\ B_{\Delta_p\beta} & B_{\Delta_p\gamma} & B_{\Delta_p\Delta_p} & B_{\Delta_p\Delta_n} \\ B_{\Delta_n\beta} & B_{\Delta_n\gamma} & B_{\Delta_n\Delta_p} & B_{\Delta_n\Delta_n} \end{pmatrix}$$

Pierwsze przybliżenie

$$\langle 1/J_k(\beta,\gamma)\rangle_{\mathrm{av}} = \int 1/J_k(\beta,\gamma,\Delta_n,\Delta_p)|f_{0,p}|^2|f_{0,n}|^2\sqrt{g_p}\sqrt{g_n}d\Delta_p d\Delta_n$$

Uwagi końcowe

- Metoda MF-ATDHFB-GBH dobrze opisuje kwadrupolowe wzbudzenia kolektywne w szerokim zakresie jąder atomowych
- Wyzwania
  - Analiza wpływu przybliżeń, wyboru modeli średniego pola, ..., na wyniki
  - Czy potrzebne są inne (dodatkowe) współrzędne, np. „pairingowe"
  - Jak opisać zjawiska, w których wyraźnie widać wpływ jednocząstkowych stopni swobody
- Stany 0^+ — interesujący poligon dla teorii

P. Ring & P. Schuck, *Nuclear Many-Body Problem*, 1980, p. 16.

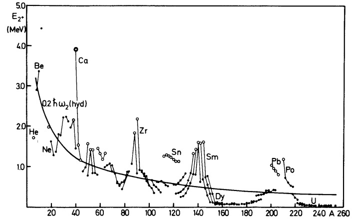
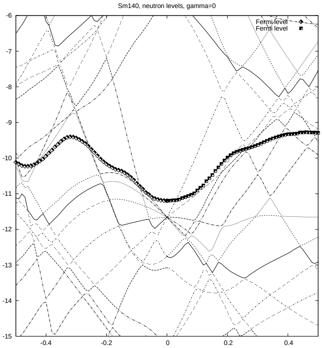
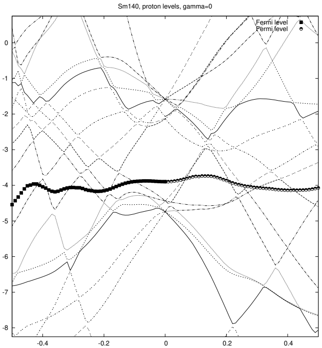
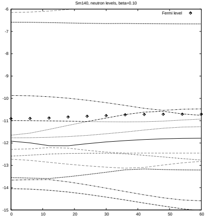


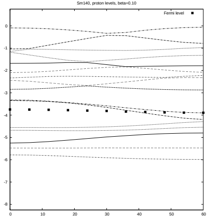
Figure 1.7. The energy of the first 2^+ state in even–even nuclei. The nuclei with closed neutron or proton shells are marked by open circles. (From [NN 65].)

Stany jednocząstkowe w ^{140}Sm

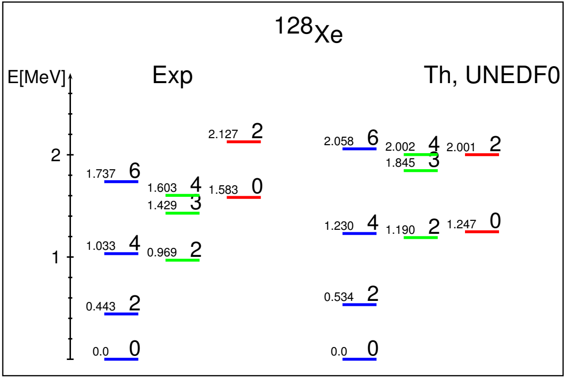








Poziomy o dodatniej parzystości w ^{128}Xe



^{128}Xe. E2 transition probabilities

J_i	J_f	Exp 1	Exp 2	Exp 3	Th, UNEDF0
2_1	0_1	47 (5)	42.6 (64)	40.2 (21)	31.8
2_2	2_1	49 (5)	50.1 (97)	48 (5)	41.6
2_2	0_1	0.63 (5)	0.65 (8)	0.64 (6)	0.35
4_1	2_1	60 (6)	63.5 (52)	59 (5)	57.0
3_1	4_1		31.8 (59)		17.9
3_1	2_2		91 (16)		53.2
3_1	2_1		1.45 (26)		0.75
0_2	2_2		52.8 (76)		4.6
0_2	2_1		3.69 (58)		39.4
4_2	4_1	30 (3)	30.2 (32)		26.4
4_2	2_2	31 (5)	29.6 (29)		36.6
4_2	2_1	0.52 (4)	0.52 (6)		0.01
6_1	4_1	79 (7)	106 (13)	78 (7)	77.4
0_3	2_2		22.2 (46)		12.3
0_3	2_1		10.4 (23)		0.04
2_3	2_1		0.035(54)		0.3
8_1	6_1	97 (10)			96.0
10_1	8_1	110 (31)			114.0
6_2	4_2	97 (10)			62.7
6_2	6_1	8 (5)			21.9
6_2	4_1	3 (1)			0.02
4_1	2_2	4 (1)			0.1

^{140}Sm. Funkcje kolektywne